Задание на лабораторную работу связано с вычислением ДПФ и включает в себя следующие пункты:

1. Проверка равенства Парсеваля:

$$\sum_{k=0}^{N-1} x^2(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 \ . \tag{10.9}$$

   Проверить для периодической последовательности (идентификатор `x`) с периодом N:

$$x(n) = A_1\cos(2\pi f_1 nT) + A_2\cos(2\pi f_2 nT)\,, \tag{10.10}$$

   используя ее тождественное представление в виде:

$$x(n) = A_1\cos\left(\frac{2\pi f_1}{f_д}n\right) + A_2\cos\left(\frac{2\pi f_2}{f_д}n\right) = A_1\cos(\hat{\omega}_1 n) + A_2\cos(\hat{\omega}_2 n)\ . \tag{10.11}$$

   Левая часть равенства (10.9) — идентификатор `E1`, правая — `E2`.

   Пояснить смысл равенства Парсеваля.

2. Исследование эффекта растекания спектра для одной дискретной гармоники.

   Выполнить для последовательности

$$\tilde{x}(n) = A_1\cos\left(\frac{2\pi f_1 n}{f_д}\right) = A_1\cos(\hat{\omega}_1 n) \tag{10.12}$$

   с двумя значениями периода:

   - N — идентификатор последовательности `x_N`;
   - M — идентификатор последовательности `x_M`.

   Вывести:

   - соответствующие значения P (10.1) для частоты дискретной гармоники f_1 — идентификаторы `P_N` и `P_M`.

     Во втором случае в отношение (10.1) следует подставить $N = M$;
   - графики амплитудных спектров (идентификаторы `MOD_N` и `MOD_M`) в шкале дискретных нормированных частот.

   Пояснить:

   - с какой целью определяется значение P;
   - в каком случае и почему наблюдается растекание спектра.

3. Исследование возможности уменьшения растекания спектра с помощью окна.

   Применить окно Хэмминга (идентификатор `win_M`) для последовательности $\tilde{x}(n)$ (10.12) в условиях растекания спектра.

Вывести графики амплитудных спектров до и после применения окна (идентификаторы `MOD_M` и `MODW_M`) в шкале дискретных нормированных частот.

Пояснить, что изменилось в результате применения окна.

4. Исследование эффекта растекания спектра для суммы двух дискретных гармоник.

   Для периодической последовательности $x(n)$ (10.11) с периодом N задать значения частот:

   $$f_1 = f_{11};$$

   $$f_2 = f_{21},$$

   и для новой последовательности (идентификатор `x1`) вывести:

   - значения P (10.1) для частот дискретных гармоник f_{11} и f_{21} — идентификаторы `P1_1` и `P2_1`;
   - применить окно Хэмминга (идентификатор `win_N`) в условиях растекания спектра;
   - вывести графики амплитудных спектров до и после применения окна (идентификаторы `MOD1`и `MODW1`) в шкале дискретных нормированных частот.

   Пояснить причину растекания спектра и цель применения окна.

5. Улучшение различения дискретных гармоник с близко расположенными частотами.

   Для конечной последовательности $x(n)$ (10.11) длины N задать значения частот:

   $$f_1 = f_{12};$$

   $$f_2 = f_{22},$$

   и для новой последовательности (идентификатор `x2`) вывести:

   - разрешение по частоте $\Delta f = \frac{f_д}{N}$ (идентификатор `Delta_N`);
   - расстояние между частотами $|f_{12} - f_{22}|$ (идентификатор `Delta_f`);
   - требуемую длину L (10.3) (идентификатор `L`);
   - период дискретизации по частоте $\Delta\tilde{f} = \frac{f_д}{L}$ (идентификатор `Delta_L`).
   - график модуля спектральной плотности, восстановленной по L отсчетам ДПФ, с помощью функции `plot`, и одновременно — L-точечное ДПФ (идентификатор `MOD2_L`) пунктиром с помощью функции `stem`;

- частоты ближайших пиков в шкалах дискретных нормированных частот (идентификаторы `k_1` и `k_2`) и абсолютных частот (идентификаторы `f_1` и `f_2`) в *основной полосе частот* $k \in [0;\ \mathrm{int}(L/2)-1]$.

  Частоты *первого* пика определяются с помощью функции `max`.

  Для определения частоты *второго* пика следует найти пики справа и слева от первого пика на периоде дискретизации $\Delta f = f_д / N$ с помощью функции `max` и выбрать наибольший из них.

  Справа и слева от первого пика на интервале $\Delta f = f_д / N$ расположено $K = \mathrm{int}(\Delta f / \Delta\tilde{f}) = \mathrm{int}(L/N)$ отсчетов (идентификатор `K`).

По графику спектральной плотности, используя кнопку **Zoom in** на панели инструментов, определить частоты ближайших пиков и сравнить их с выведенными значениями.

Пояснить:

- соответствуют ли близко расположенные частоты условию (10.2);
- соответствует ли выведенная длина L условию (10.3);
- с какой погрешностью определены частоты и причину погрешности.

6. Вычисление круговой свертки.

   Вычислить круговую свертку $y_{34}(n)$ (идентификатор `y34`) периодических последовательностей $x_3(n)$ и $x_4(n)$ с помощью функций `fft` и `ifft` и вывести графики трех периодов последовательностей и свертки, используя функцию `repmat`.

   Записать формулу круговой свертки и пояснить алгоритм ее вычисления с помощью ДПФ.

7. Вычисление линейной свертки.

   Вычислить линейную свертку $y_{56}(n)$ конечных последовательностей $x_5(n)$ и $x_6(n)$ двумя способами:

   - с помощью функции `conv` (идентификатор `y56_1`);
   - с помощью функции `fftfilt` (идентификатор `y56_2`).

   Вывести графики последовательностей $x_5(n)$, $x_6(n)$ и свертки $y_{56}(n)$, вычисленной двумя способами, в одинаковом диапазоне по оси абсцисс с помощью функции `xlim([0 MAX-1])`, где `MAX` — максимальная длина свертки.

   Записать формулу линейной свертки и пояснить алгоритм ее вычисления с помощью ДПФ.

8. Вычисление реакции ЛДС по формуле свертки.

В качестве воздействия $x_7(n)$ (идентификатор `x7`) выбрать дискретный прямоугольный импульс длины N_2:

$$x_7(n) = \begin{cases} 1, & 0 \le n < \mathrm{int}(N_2/2); \\ 0, & \mathrm{int}(N_2/2) \le n \le (N_2 - 1). \end{cases} \qquad (10.15)$$

Для моделирования воздействия (10.15) использовать function-файл `input_1` *(см. разд. 10.4.1).*

Для вычисления импульсной характеристики (ИХ) $h(n)$ длины N_1 с помощью функции `impz` использовать коэффициенты передаточной функции рекурсивного звена 2-го порядка b_i и a_k.

Вычислить реакцию $y_7(n)$ по формуле свертки (10.4) двумя способами:

- с помощью функции `conv` (идентификатор `y7_1`);
- с помощью функции `fftfilt` (идентификатор `y7_2`).

Вывести графики ИХ, воздействия и реакции, вычисленной двумя способами, в одинаковом диапазоне по оси абсцисс с помощью функции `xlim([0 L-1])`, где `L` — длина свертки, вычисленной с помощью функции `conv`.

Записать формулу свертки.

Пояснить:

- преимущество вычисления реакции по формуле свертки с помощью ДПФ;
- чему равна длина реакции, вычисленной первым и вторым способами;
- в каком случае длину реакции необходимо ограничить до длины воздействия.

9. Вычисление реакции ЛДС методом перекрытия с накоплением.

   В качестве воздействия $x_8(n)$ (идентификатор `x8`) выбрать прямоугольный импульс $x_7(n)$ (10.15) длины N_3.

   Вычислить реакцию $y_8(n)$ по формуле свертки двумя способами:

   - с помощью функции `fftfilt` без перекрытия (идентификатор `y8_1`);
   - с помощью функции `fftfilt` методом перекрытия с накоплением (идентификатор `y8_2`), задавая длину секции равной длине ИХ N_1.

   Вывести графики ИХ, воздействия и реакций в одинаковом диапазоне по оси абсцисс с помощью функции `xlim([0 N3-1])`, где `N3` — длина воздействия и реакции.

   Пояснить, в каком случае целесообразно вычислять реакцию методом перекрытия с накоплением.

10.4. Типовой script-файл для выполнения лабораторной работы

Перед выполнением работы должна быть представлена табл. 10.1 исходных данных для своего номера бригады $N_{\text{бр}}$.

Для *запуска* лабораторной работы необходимо обратиться к script-файлу `lr_10` по его имени:

```
>> lr_10
```

Для *принудительного снятия* script-файла с выполнения следует нажать комбинацию клавиш <Ctrl>+<Break>.